

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМЕНИ П. Н. ЛЕБЕДЕВА
АСТРОКОСМИЧЕСКИЙ ЦЕНТР

На правах рукописи

Михальченко Артем Олегович

**Искажения частотного спектра реликтового излучения
и методы их исследования**

Специальность 1.3.1 – Физика космоса, астрономия

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2025

Работа выполнена в Астрокосмическом центре Федерального государственного бюджетного учреждения науки Физического института им. П. Н. Лебедева РАН (АКЦ ФИАН), г. Москва.

Научный руководитель:

Новиков Дмитрий Игоревич, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник отдела теоретической астрофизики и космологии АКЦ ФИАН, профессор РАН

Официальные оппоненты:

Иванчик Александр Владимирович, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе РАН, член-корреспондент РАН, профессор РАН

Столяров Владислав Александрович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Специальной астрофизической обсерватории РАН

Ведущая организация:

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова (Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга), г. Москва.

Защита состоится «XX» XX 2025 г. в XX часов XX минут на заседании диссертационного совета Д 24.1.262.02 на базе Физического института им. П.Н. Лебедева РАН по адресу: г. Москва, улица Профсоюзная, дом 84/32, Институт космических исследований РАН, зал семинаров – к. 707.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Физического института им. П.Н. Лебедева РАН по адресу: 119991, г. Москва, Ленинский проспект, дом 53. Автореферат и диссертация в электронном виде представлены на сайтах ФИАН <http://www.lebedev.ru> и <http://www.asc-lebedev.ru> в разделе «Диссертационный совет».

Автореферат разослан « xx » xx 2025 года.

Учёный секретарь
диссертационного совета
Д 24.1.262.02, к.ф.-м.н.

Шахворостова Н. Н.

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. В изучении физики реликтового излучения за последние десятилетия был совершён поистине колоссальный прогресс. Космическими миссиями WMAP [1] и Planck [2, 3] было углублено наше понимание об анизотропии и поляризации РИ на масштабах вплоть до нескольких угловых минут. С высокой точностью был определён спектр мощности реликтового фона и обнаружен крайне близкий к гауссовому характер распределения на небе флуктуаций температуры реликтового излучения и особенностей его поляризации. Однако со времён эксперимента COBE [4, 5], определившего, что частотный спектр РИ является с высокой точностью чернотельным с температурой $T = 2.72548$ К, в отношении уточнения особенностей этого спектра не было сделано значительных шагов.

Обнаружение искажений частотного спектра реликтового излучения Вселенной является одной из важнейших задач современной космологии [6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13]. Отличия спектра данного излучения от спектра абсолютно чёрного тела, а также их распределение по небесной сфере открывают уникальные возможности для изучения фундаментальных физических процессов, происходивших в ранней Вселенной. Данные об этих процессах невозможно получить из других способов наблюдений, но именно они могут открыть нам глаза на физику возможных вбросов энергии в плазму на ранних стадиях эволюции, особенности спектра мощности первичных возмущений на малых масштабах, существование первичных чёрных дыр и частиц с периодом жизни $10^9 - 10^{10}$ секунд, затухание акустических волн в период рекомбинации и другие явления [14, 15, 16, 6, 17, 18]. Первичные мелкомасштабные возмущения не проявляются ни в анизотропии фонового излучения из-за диссипативных эффектов в эпоху рекомбинации, ни в крупномасштабной структуре Вселенной из-за нелинейных процессов на малых масштабах. Однако их отпечаток сохраняется в виде спектральных искажений реликта.

При красных смещениях менее 2×10^6 полное число фотонов во Вселенной остаётся неизменным. Начиная с этого момента, процесс взаимодействия излучения с плазмой описывается уравнением Компанейца [19]. Любое нарушение термодинамического равновесия на этой стадии эволюции (неравновесные процессы, приводящие к образованию/уничтожению фотонов или выделению/поглощению энергии) приводит к искажению наблюдаемого спектра реликта.

Наиболее ценным является обнаружение монопольной части μ искажений. Это искажение спектра возникает на ранней стадии эволюции в пределах красных смещений от $z \sim 2 \times 10^6$ до $z \sim 10^5$ и представляет собой стационарное решение уравнения Компанейца, соответствующее распределению Бозе-Эйнштейна с $\mu \neq 0$ [20, 21, 22, 23]. Наблюдаемый предел искажения типа μ был установлен на уровне 9×10^{-5} с помощью прибора COBE FIRAS¹, что наложило ограничения для первичного спектра мощности и космологических моделей [24, 25]. Монопольная часть μ искажений является универсальной константой для нашей Вселенной. Таким образом, спектр реликтового фона определяется не одной температурой излучения T (которую можно считать температурой Вселенной), а двумя константами: T и μ , где μ – химический потенциал Вселенной.

Другим важным решением уравнения Компанейца для чернотельного начального условия является искажение типа y , или эффект Сюняева - Зельдовича (эСЗ) [14, 26], и релятивистские поправки к этому эффекту [27, 28, 29, 30, 31, 32]. Эти искажения возникают на более поздней стадии при $z < 10$ в эпоху реионизации Вселенной, когда образуется крупномасштабная структура, первые галактики и скопления. Вселенная перестаёт быть абсолютно прозрачной² для фотонов, и взаимодействие реликтового излучения с горячей плазмой скоплений посредством комптоновского рассеяния приводит к появлению y возмущения в его спектре. Измерение этих возмущений вместе с поправками содержит большой пласт информации о структуре скоплений и физических свойствах плазмы [33, 34, 35, 27, 36, 37, 38, 31, 39].

Помимо μ и y возмущений существуют и другие особенности спектра реликтового излучения, которые рождаются в связи с взаимодействием реликтовых фотонов с плазмой галактик. Одна из таких особенностей порождается анизотропным эффектом Сюняева-Зельдовича [40]. Согласно результатам WMAP и Planck наблюдается недостаток мощности в спектре угловой анизотропии реликтового излучения на больших угловых масштабах, то есть для низких мультиполей [41, 42, 43, 2, 44]. Кроме того, квадруполь и октуполь имеют очень близкую друг к другу ориентацию в пространстве [45, 46, 47], что не соответствует гауссовой статистике и инфляционной модели эволюции Все-

¹Абсолютный Спектрофотометр в Дальнем Инфракрасном диапазоне (Far Infrared Absolute Spectrophotometer)

²После рекомбинации на красных смещениях $z \sim 1100$ Вселенная становится практически прозрачной для реликтовых фотонов. От окончания рекомбинации и до $z \sim 20$ спектр реликтового излучения не претерпевает каких-либо изменений.

ленной. Выделение космологической части дипольной компоненты затруднено при непосредственном наблюдении реликтового фона из-за движения по отношению к нему наблюдателя [48, 49]. Поэтому желательно иметь независимый источник информации для оценки мощности низких мультиполей и их ориентации в пространстве. Таким источником могут служить спектральные искажения, которые можно наблюдать от скоплений галактик за счёт анизотропии реликтового фона, рассеиваемого на этих скоплениях (анизотропный эСЗ). Кроме того, комбинируя результаты наблюдений искажённого сигнала от близких и далёких скоплений, можно отделить вклад в анизотропию реликта от эффекта Сакса-Вольфа [50] и интегрального эффекта Сакса-Вольфа (эффекта Риса-Сиамы ³) [51], что может дать дополнительную информацию о формировании крупномасштабной структуры Вселенной.

Главной проблемой для исследования малых искажений спектра реликтового излучения (μ и y искажений и анизотропного эффекта Сюняева - Зельдовича) является присутствие в сигнале фонов [52], которые не только превосходят искомый сигнал по амплитуде на несколько порядков, но и имеют плохо определённые спектры. Фоновые компоненты могут вносить значительный вклад на одном диапазоне частот и быть почти незаметными на другом, а также меняться со временем и даже вдоль одного луча наблюдения.

Наиболее мощным фоном в диапазоне длин волн около 1 мм является само реликтовое излучение. Оно почти изотропно, но имеется небольшая анизотропия для дипольной компоненты (амплитуда флуктуаций составляет около 10^{-3}), вызванной движением наблюдателя относительно реликтового фона, а также космологическая анизотропия (мелкомасштабные флуктуации температуры с амплитудой около 10^{-5}), вызванные процессами роста возмущений плотности во Вселенной. Наиболее полные данные о космологической анизотропии реликтового излучения для всего неба получены космической обсерваторией Planck и представлены в финальном релизе данных [53]. Карты анизотропии получены в результате обработки данных, включавших в себя

³Интегральный эффект Сакса-Вольфа (иэСФ) является одним из гравитационных вкладов в наблюдаемые флуктуации температуры реликтового излучения. Он возникает из-за зависимости гравитационного потенциала от времени, когда фотоны проходят путь от сферы последнего рассеяния до нас. В зависимости от интересующего режима и физического происхождения временной эволюции потенциала, тот же механизм происхождения флуктуаций иногда называют эффектом Риса-Сиамы (эРС). Так, иэСФ в основном используется для обозначения крупномасштабного линейного эффекта, где эволюция потенциала во времени вызывается тёмной энергией, а эРС обычно относится к нелинейным вкладам, например, от нелинейного коллапса материи вокруг галактик и скоплений, что приводит к росту абсолютного значения потенциала.

удаление помех и разделение карт интенсивности излучения на несколько диффузных компонент [3]: РИ, излучение пыли Галактики, синхротронное излучение, излучение свободно-свободных переходов, внегалактический фон. Одним из наиболее важных фонов, препятствующих измерению частотного спектра РИ, является тепловое излучение пыли Галактики. Её спектр довольно сложный [54], но часто его форма приближается моделью серого тела со спектральным наклоном β [55]. Интенсивность синхротронного излучения зависит от силы магнитного поля и энергетического распределения релятивистских частиц в Галактике. Спектр синхротронного излучения обычно описывается степенным законом, наклон которого может меняться в довольно широких пределах. Информацию о вариациях спектра синхротронного излучения по небу можно получить из результатов наземных проектов S-PASS [56] и QUIJOTE [57], проводивших измерения на частотах 2-40 ГГц, дополняя эти данные результатами WMAP [58] и Planck [3]. Спектр излучения свободно-свободных переходов практически не испытывает флуктуаций на небе [59], поэтому его можно считать хорошо определённым и моделировать с неварьирующимися параметрами, но с различной интенсивностью. Наблюдаемый спектр внегалактического космического инфракрасного фона (КИФ) имеет пик на длине волны около 200 мкм или частоте 1.5 ТГц, но для измерений спектра РИ этот фон необходимо учитывать и на более низких частотах, начиная от 30 ГГц [60, 59].

Для обработки данных экспериментов WMAP и Planck при анализе анизотропии и поляризации реликтового излучения применялись как «слепые» методы (ILC) [61, 42, 62, 63], предполагающие отсутствие какой-либо информации о фоновых сигналах, так и гибридные подходы (сILC) [64, 65, 66], сочетающие в себе элементы слепого метода с использованием информации о фонах, и их модификации (pcILC) [67]. Из наиболее поздних достижений при решении проблемы очистки данных от фонов с плохо определёнными спектрами были предложены весьма интересные подходы (MILC) [68, 69, 70], предполагающие использование моментов распределения фонов, то есть разложение спектров в ряд Тейлора по параметрам в окрестности определённых значений. Эти подходы в принципе работают, однако наложение большого числа жёстких условий при решении системы уравнений приводит к большому вкладу от шума. Решение этой проблемы требует крайне высокой чувствительности экспериментов и вряд ли достижимо в ближайшем будущем.

Успешное измерение особенностей частотного спектра реликтового излу-

чения требует, чтобы Фурье-спектрометр и система зеркал телескопа удовлетворяли определённым требованиям. С технической точки зрения нахождение μ искажения (либо же оценка сверху) сложнее, чем наблюдение других видов искажений. Монопольная составляющая такого искажения может быть обнаружена только при условии калибровки прибора на чёрное тело, подобно эксперименту COBE/FIRAS [24, 25]. Для отделения μ сигнала от анизотропии реликта, пыли, синхротрона, свободно-свободного излучения, y искажений и излучения оптики телескопа, Фурье-спектрометр по возможности должен покрыть частотный диапазон от 30 ГГц до 3 ТГц с частотным разрешением 7.5 ГГц. При этом чувствительность должна быть порядка 1 Ян/ср на один частотный канал. Для хорошей оценки сверху достаточно покрытие диапазона частот от 100 ГГц до 2 ТГц. Измерение поляризации при этом не требуется. Угловое разрешение тут не имеет решающего значения. В Главе 3 будет показано, что для измерения монопольного сигнала μ искажений температура зеркала не должна слишком близко приближаться к температуре реликтового фона 2.7 К [A3]. В противном случае появляется риск измерить особенности собственной оптической системы вместо характеристик спектра реликтового излучения.

Измерения y искажений не требуют калибровки прибора, достаточно одновременного измерения сигнала с двух разных направлений на небе. При этом покрываемый частотный диапазон должен быть приблизительно такой же, как и для μ искажения. Так как создаваемый зеркалом телескопа фон полностью уничтожается при взятии разности сигналов, зеркало можно охлаждать предельно сильно дабы уменьшить фотонный шум. Тем не менее, отметим, что при достаточно низкой температуре зеркала и его малой излучающей способности, фотонный шум создается в основном космическими фонами. Угловое разрешение, обеспечиваемое 10 метровым зеркалом в указанном частотном диапазоне при этом более чем достаточно для измерения y искажений. Чувствительность, необходимая чтобы достичь уровня измерений y искажений, первой и второй поправок соответственно составляет приблизительно 100, 10 и 1 Ян/ср на частотный канал.

В настоящее время ведётся подготовка к запуску космической обсерватории «Миллиметрон» [71, 72, 73, 74], которая будет работать в диапазоне частот от 30 ГГц – 6 ТГц. Аппарат сможет функционировать в двух режимах: как автономный космический телескоп с 10-метровым зеркалом и как часть наземно-космического радиоинтерферометра со сверхдлинной базой.

«Миллиметрон» обладает рядом выдающихся характеристик, включающих необычайно широкий рабочий диапазон ($50 - 10^4$ мкм), исключительную чувствительность (до 0.1 мкЯн), обеспечиваемую активным охлаждением зеркала до температур ниже 5 К, и рекордное угловое разрешение – порядка 0.1 мкс дуги в режиме КРСДБ. Эти параметры делают обсерваторию уникальным инструментом для астрофизических исследований.

Также стоит упомянуть и о другой миссии [75, 76] – Primordial Inflation Explorer (PIXIE). Аппарат должен просканировать небесную сферу и составить карту интенсивности и направления поляризации с угловым разрешением 2.6° . Кроме того, PIXIE измерит абсолютный частотный спектр, чтобы охарактеризовать отклонения от абсолютно чёрного тела с чувствительностью, на три порядка превышающей исходные пределы COBE. Ожидаемые результаты наложат ограничения на физические процессы со времён инфляции до появления первых звёзд и физические условия в межзвёздной среде Галактики.

Целями данной диссертационной работы являются исследование особенностей частотного спектра реликтового излучения и решение задачи обработки экспериментальных данных, полученных при измерении спектральных искажений реликтового излучения.

Для достижения поставленных целей были сформулированы и решены следующие основные **задачи**:

1. Исследование спектральных искажений параметров Стокса рассеянного на скоплениях Сяняева-Зельдовича реликтового излучения. Проведение независимой оценки низких мультиполей анизотропии реликтового фона. Разделение вкладов в анизотропию от эффекта Сакса-Вольфа и интегрального эффекта Сакса-Вольфа посредством наблюдения близких и удалённых скоплений галактик.
2. Оценка области определения параметров, наборы которых определяют спектры модельных фоновых компонент. Например, для излучения пыли такими параметрами являются излучательная способность, температура и показатель наклона спектра в модели модифицированного чёрного тела. Определение размеров и конфигурации областей изменения этих параметров для различных участков неба по результатам миссии Planck.

3. Разработка алгоритма обработки данных, который минимизирует вклад от любых фонов, параметры которых лежат внутри области изменения. Этот алгоритм должен одновременно минимизировать вклад от сигналов, создаваемых космическими источниками и оптикой телескопа, и вклад от сигналов с хорошо определёнными спектрами, такими как эффект Сюняева-Зельдовича, релятивистские поправки к этому эффекту и возмущения спектра, связанные с анизотропией реликтового фона. Применение разработанного метода для отделения μ искажения, y искажений и поправок к ним.
4. Сравнение различных методов, предложенных ранее (ILC, MILC), с разработанным методом для ограниченного набора фоновых компонент.
5. Оценка оптимальной температуры для любого эксперимента, который направлен на измерение монопольной части μ искажения реликтового излучения.

Научная новизна:

1. Впервые был получен теоретически важный результат о возникновении особого вида спектральных искажений параметров Стокса рассеянного на скоплениях Сюняева-Зельдовича реликтового излучения. Была впервые получена в аналитическом виде компонента, которую легко отличить от других искажений, вызванных, в частности, кинематическим эффектом Сюняева-Зельдовича, релятивистскими поправками к эффекту СЗ и многократным рассеянием фотонов. Было показано, что этот эффект даёт возможность для независимой оценки низких мультиполей анизотропии реликтового излучения, таких как диполь, квадруполь и октуполь. Также было показано, что, используя искажённые сигналы от близлежащих и удалённых скоплений, можно различить вклады в анизотропию от эффекта Сакса-Вольфа и интегрального эффекта Сакса-Вольфа. Результаты исследования опубликованы в статье [A1].
2. Был разработан новый универсальный метод отделения малых спектральных искажений реликтового излучения от фоновых компонент с плохо определёнными формами спектра, которые сложно предсказать или смоделировать. Этот метод получил название метода наименьшего

отклика LRM («Least Response Method») и был основан на идее одновременной минимизации отклика на все возможные фоны и фотонный шум с сохранением постоянного отклика на искомый сигнал. Впервые было показано, что для измерения малых искажений реликтового искажения отсутствует необходимость в теоретическом предсказании точной формы спектра фоновых компонент космического и инструментального происхождения, включающих эмиссию пыли, инфракрасный фон, синхротронное излучение, свободно-свободные переходы и излучение оптики телескопа. Также впервые была показана неэффективность существующих в данное время методов разделения компонент (ILC, sILC, MILC) по сравнению с разработанным в рамках данного исследования подходом. Впервые было получено ограничение на оптимальную температуру оптической системы телескопа в экспериментах, связанных с исследованием μ искажения реликтового излучения. Описание метода и результаты исследования приведены в статьях [A2], [A3].

Научная и практическая значимость.

Найденный в ходе исследования анизотропный эффект Сюняева - Зельдовича может быть использован для независимой оценки мощности низких мультиполей $\ell = 1, 2, 3$ анизотропии реликтового излучения и их ориентации в пространстве. Разработанный метод наименьшего отклика, позволяющий отделить малые искажения спектра реликтового излучения от фонов с плохо определёнными формами спектра, будет востребован при анализе данных эксперимента «Миллиметрон», одной из основных задач которого является обнаружение μ и y искажений спектра реликта. Более того, этот метод найдёт применение в любом эксперименте, где спектр фона не совсем хорошо известен, но зато известны интервалы возможных изменений параметров этого фона. Результат определения оптимальной температуры оптической системы телескопа позволит избежать критических ошибок в будущих экспериментах при измерении монопольной части μ искажений.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Найден особый вид спектральных искажений параметров Стокса реликтового излучения, рассеянного на скоплениях Сюняева-Зельдовича, названный анизотропным эффектом Сюняева-Зельдовича. С помощью этого эффекта можно, наблюдая близкие и удалённые скопления галактик, независимо оценить амплитуды и ориентации мультиполей $\ell =$

- 1, 2, 3 реликтового фона, а также разделить вклад в анизотропию от эффекта Сакса-Вольфа и интегрального эффекта Сакса-Вольфа. (Глава 1)
2. Разработанный новый метод наименьшего отклика (LRM) позволяет разделить искомые спектральные искажения типа μ и y от вкладов фонов галактического и внегалактического происхождения, включая вклад от оптики телескопа. Этот алгоритм создан для отделения фонов с плохо определёнными формами спектров от искомого сигнала. Он одновременно минимизирует вклад от фотонного шума и фонов со спектральными параметрами, лежащими внутри заранее определённой области их возможных изменений. Математически такой метод является оптимальным и даёт меньший отклик на фон и шум, чем другие актуальные методы (ILC, sILC, pILC, MILC). (Глава 2, Глава 3)
3. Была найдена оптимальная температура оптической системы телескопа для любого эксперимента по измерению монополярной части μ искажений спектра реликтового излучения. Её значение составило $8 \div 10$ К. (Глава 3)

Все результаты, выносимые на защиту, являются новыми и получены впервые.

Достоверность результатов, полученных в данной работе, обеспечивается использованием новейших данных, извлечённых из астрономических баз данных и каталогов, в частности, результатов космической миссии Planck, и проверяемостью применяемых и полученных методов. Достоверность представленных результатов также подтверждается апробацией на российских и зарубежных конференциях, где присутствовали специалисты в данной области, и публикациями в ведущих рецензируемых научных журналах.

Апробация работы. Результаты представлены в Российскую Академию Наук, а также отобраны для публикации в сборнике «Основные результаты ФИАН-2023» и «Основные результаты ФИАН-2024». По результатам конкурса молодёжных научных работ ФИАН в 2025 году циклу работ [A1], [A2], [A3] присуждена премия Д.В. Скобельцына. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на семинарах отдела теоретической астрофизики Астрокосмического центра ФИАН (Москва, Россия), на конференциях и симпозиумах:

1. Семинар отдела теоретической астрофизики АКЦ ФИАН, Москва, Россия, 21 декабря 2020.
2. 65-я Всероссийская научная конференция МФТИ в честь 115-летия Л.Д. Ландау, МФТИ, Московская обл., Долгопрудный, Россия, 3–8 апреля 2023;
3. XXX Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов», МГУ, Москва, Россия, 10–21 апреля 2023;
4. PASCOS 2024: 29th International Symposium on Particles, String and Cosmology, ICISE, Куинён, Вьетнам, 7–13 июля 2024;
5. 3-я Международная конференция «Субмиллиметровая и миллиметровая астрономия: цели и инструменты», АКЦ ФИАН, Москва, Россия, 14–16 апреля 2024;

Публикации. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в ведущих рецензируемых журналах. Всего имеется 3 научных статьи [A1–A3], а также тезисы докладов научных конференций [B1]. Основные результаты диссертационной работы, выносимые на защиту, суммированы в 3 статьях [A1–A3], которые изданы в рецензируемых журналах, входящих в список Web of Science Core Collection и рекомендованных Высшей аттестационной комиссией (ВАК) при Министерстве образования и науки РФ. Статьи в журналах, рекомендованных ВАК:

- A1** Novikov D. I., Pilipenko S. V., De Petris M., Luzzi G., Mihalchenko A. O. Stokes parameters spectral distortions due to the Sunyaev Zel'dovich effect and an independent estimation of the CMB low multipoles // Phys. Rev. D – 2020. – Vol. 101, Issue 12. – P. 510-520 – DOI: [10.1103/PhysRevD.101.123510](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.101.123510).
- A2** Novikov D. I., Mihalchenko A. O. Separation of CMB μ spectral distortions from foregrounds with poorly defined spectral shapes // Phys. Rev. D – 2023. – Vol. 107, Issue 6. – P. 506-515. – DOI: [10.1103/PhysRevD.107.063506](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.107.063506).

A3 *Maillard J. -P., Mihalchenko A., Novikov D., Osipova A., Pilipenko S., Silk J.* Least response method to separate CMB spectral distortions from foregrounds // Phys. Rev. D – 2024. – Vol. 109, Issue 2. – P. 523-536. – DOI: [10.1103/PhysRevD.109.023523](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.109.023523).

Другие публикации автора по теме диссертации

B1 *Mihalchenko, A. O., Novikov, D. I.* Disentangling CMB μ and y spectral distortions from foregrounds with poorly defined spectral shapes // arXiv e-prints – 2024. – DOI: [10.48550/arXiv.2503.11358](https://doi.org/10.48550/arXiv.2503.11358).

Личный вклад. Автор внёс определяющий вклад во все результаты диссертационной работы, выносимые на защиту. Автор совместно с научным руководителем и соавторами активно участвовал в анализе данных, интерпретации и обсуждении результатов, формулировке выводов работы. Диссертантом проведены все расчёты, получены рисунки и графики.

В работе [A1] вклад диссертанта определяющий в аналитическом выводе спектральных искажений параметров Стокса реликтового излучения, оценке низких мультиполей его анизотропии и обсуждении способа разделения вкладов в анизотропию от эффекта Сакса-Вольфа и интегрального эффекта Сакса-Вольфа. Также автор участвовал в подготовке основного текста данной статьи.

В работе [A2] вклад диссертанта определяющий в обработку и анализ данных (на языках *Fortran*, *Python*). Равный вклад в разработку алгоритма и подготовку текста публикации.

В работе [A3] вклад диссертанта равен вкладу соавторов в обсуждении результатов и является определяющим в адаптации метода разделения компонент сигнала для данных, содержащих спектральные искажения реликтового излучения, всевозможные фоны галактического и внегалактического происхождения, включая вклад от оптики телескопа, и оптимизации компьютерного кода алгоритма с целью увеличения быстродействия программы с сохранением точности вычислений. Также диссертант внёс основной вклад в проведение сравнения эффективности разработанного метода с актуальными методами ILC и MILC и подготовку текста статьи.

В работе [B1] вклад диссертанта основной в обработке результатов и подготовке текста материала.

Объем и структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, трёх глав, заключения, списка литературы и списка графических материалов. Объём диссертации составляет 102 страницы, включая 15 рисунков. Список литературы содержит 151 наименование и занимает 15 страниц.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы. Также во введении приводятся основные результаты работы, выносимые на защиту.

Первая глава посвящена исследованию искажений частотного спектра параметров Стокса, возникающих из-за комптоновского рассеяния анизотропного космического микроволнового фонового (реликтового) излучения на электронах межзвёздной среды в скоплениях галактик. Такие искажения также известны как эффект Сюняева-Зельдовича (эСЗ) [14, 26]). Мы рассмотрели поляризованный тепловой эффект Сюняева-Зельдовича и вывели в аналитическом виде весьма характерные компоненты спектральных искажений параметров Стокса, которые возникают ввиду наличия дипольной, квадрупольной и октупольной компонент в анизотропии реликтового излучения. Для этого было взято уравнение переноса поляризованного излучения в горячей комптонизирующей электронной плазме, выведенное впервые в [77], и применено к рассмотрению рассеяния реликтового излучения на скоплениях Сюняева-Зельдовича. Учитывая полученные в [78] и [77] результаты и предполагая, что падающее излучение неполяризовано, мы нашли простой аналитический вид для спектральных искажений параметров Стокса, возникающих в связи с рассеянием анизотропного излучения на горячих электронах. Мы показали, что этот тип искажений может быть отделён от других компонент и может быть использован для независимой оценки $\ell = 1, 2, 3$ амплитуд мультиполей и их ориентации. Мы продемонстрировали, что, наблюдая искажённое излучение от близлежащих скоплений, можно независимо оценить коэффициенты анизотропии реликтового излучения $a_{\ell,m}$, $\ell = 1, 2, 3$, $-\ell \leq m \leq \ell$ в нашем местоположении. Мы также предложили метод разделения эффектов Сакса-Вольфа [50] и интегрального эффекта Сакса-Вольфа [51] путём объединения наблюдений искажённых сигналов от дальних и близлежащих скоплений.

В этой главе не затрагивались разделение фоновых компонент, влияние кинематического эффекта Сюняева-Зельдовича и релятивистских поправок, а также многократное рассеяние реликтовых фотонов. Характерная спектральная форма рассматриваемого здесь типа искажений позволяет отделить их от других сигналов. Неоднородности в межзвёздной среде скопления вместе с двойным рассеянием могут вызывать дополнительную локальную анизотропию, которую также следует учитывать. Большое количество скоплений в одном диапазоне красного смещения и в одном направлении неба предоставит нам хорошую статистику, которая может помочь решить эту проблему. Кроме того, «Миллиметрон» [71, 72, 73, 74] с его беспрецедентным сочетанием высоких углового разрешения и чувствительности в широком спектральном диапазоне позволит нам глубоко наблюдать отдельные скопления, предоставив точные карты распределения давления в межзвёздной среде. Мы подчеркиваем, что в приближении однократного рассеяния отношение анизотропного эффекта СЗ к тепловому, a_{CZ}/t_{CZ} , не зависит от температуры газа и оптической глубины.

Сигнал, который мы рассмотрели, достаточно силён для того, чтобы его обнаружение миссией «Миллиметрон» было в принципе осуществимо. Тем не менее, для сегодняшнего уровня технологий время интегрирования остаётся всё ещё очень большим. Стоит также упомянуть, что контроль за чистотой инструментальной поляризации (кросс-поляризация и/или вызванная поляризация в приборе) является обязательным для избежания возможных утечек между наблюдаемыми параметрами Стокса, которые могут создавать неустраняемые систематические ошибки. Это может повлиять на нашу способность обнаружить столь малое спектральное искажение в линейной поляризации.

Вторая глава посвящена описанию нового подхода по отделению спектральных искажений частотного спектра реликтового излучения от фонов с плохо определёнными формами спектра. Идея основана на поиске оптимального отклика на наблюдаемый сигнал. Этот отклик слабо чувствителен к фонам с параметрами, значения которых находятся в некоторых заранее определённых пределах, и в то же время очень чувствителен к амплитуде μ искажений. Алгоритм, описанный в этой главе, стабилен, прост в реализации и одновременно минимизирует отклик на фоны и фотонный шум.

Задача по измерению μ искажений осложнена присутствием фонов [52] космического происхождения. Вклад от оптической системы телескопа так

же плохо предсказуем. В действительности даже вдоль одной линии наблюдения спектр космического фона является суперпозицией спектров с разными параметрами (например, температурами для пыли). Наш метод основывается на применении специального оператора – отклика – к наблюдаемому сигналу. Этот отклик минимизирует вклад от фоновых компонент, значения параметров которых могут меняться в ограниченной области. Размер и конфигурация этой области могут быть произвольными и должны быть оценены заранее. Для определения границ области параметров (T, β) для пыли и космического инфракрасного фона были использованы данные Planck⁴ [60]. При этом особенность метода заключается в том, что мы накладываем достаточно слабые ограничения на спектры фонов: модули амплитуд для фонов из указанной выше области параметров не должны превышать некоторые заранее оценённые значения и равны нули, если параметры лежат за пределами этой области. В то же время отклик на нормализованный μ сигнал в нашем алгоритме постоянный по определению (и равен единице). При достижении достаточной чувствительности отклик на фоны становится пренебрежимо малым по сравнению с откликом на μ сигнал. Таким образом, вместо моделирования и разделения спектров фонов с необходимой точностью созданный алгоритм убирает вклад от любого набора фоновых компонент. Важно обозначить, что этот подход может быть применён к любым наблюдениям, в которых спектральная форма излучения плохо определена.

Для демонстрации эффективности нашего подхода анализ в данной главе ограничивается тремя фоновыми компонентами: межзвёздной пылью, космическим инфракрасным фоном и излучением от оптики телескопа. Излучение от этих трёх компонент описывается с использованием модифицированного чёрного тела [54]. Приводится пример применения алгоритма к реальному фону, создаваемому упрощённой моделью главного зеркала телескопа в эксперименте «Миллиметрон» [74] (эта модель представляет собой зеркало диаметром 10 метров, охлаждённое до температуры 10 К и состоящее из 96 панелей).

Третья глава посвящена применению разработанного алгоритма разделения сигнала с целью отделения спектральных искажений реликтового излучения (РИ) от ряда фоновых компонент космического и инструментального происхождения. Наш линейный метод, называемый методом наименьшего

⁴<https://pla.esac.esa.int>

отклика («*least response method*», или *LRM*), основан на идее одновременной минимизации отклика на все возможные фоны с плохо определёнными спектральными формами и случайный шум с сохранением постоянного отклика на интересующий сигнал. Эта идея, подробно представленная в предыдущей главе, в этой главе дополняется принятием во внимание всех основных фоновых компонент. Проводится подробное сравнение нашего подхода с методом MILC [68, 69, 70] – модификацией метода внутренней линейной комбинации («*internal linear combination*», или *ILC* [61, 42, 62, 63]), ранее использовавшегося для анализа карт анизотропии реликта. Мы показываем преимущество LRM и оцениваем перспективы измерения различных типов спектральных искажений. Демонстрируется, что LRM может быть усовершенствован, если использовать итерационный подход с последовательным выделением и частичным вычитанием фоновых компонент из наблюдаемого сигнала.

Начиная с ограниченного числа фоновых компонент (пыль и КИФ), мы определяем минимальное число условий (моментов), оптимальное для анализа методом MILC. Поскольку LRM допускает, чтобы исследуемый сигнал был неортогонален фону, полный отклик на шум и фон для нашего метода значительно меньше, чем для MILC при любом значении чувствительности. Впоследствии мы расширили область нашего анализа, включив анизотропию реликтового излучения, y -искажения, синхротронное и свободно-свободное излучения, а также излучение, создаваемое оптикой прибора. Несмотря на то что добавление большого количества компонент увеличивает общий отклик для обоих методов, отклик на шум, полученный с помощью MILC, значительно превосходит результаты LRM. При моделировании в этой работе мы не учитывали зодиакальный свет и линии СО в качестве фонов.

Нами было установлено, что охлаждение прибора до температуры, близкой к температуре реликтового излучения, резко портит результаты при измерении искажений типа μ . Это происходит в основном из-за уменьшения меры ортогональности сигнала μ к компоненте оптики прибора. Если система зеркал охлаждается до температуры реликта, то она сама начинает создавать искажения, близкие по форме к спектральным искажениям реликтового излучения. Оптимальный результат достигается при температуре зеркал около 9К.

Эти рассуждения относительно оптимальной температуры прибора не применимы к измерению y искажений, поскольку в этом случае можно использовать разность сигналов, что приводит к автоматическому исключению

из наблюдательных данных компоненты, создаваемой оптикой прибора. Отдельно стоит обратить внимание, что для обработки данных в любом физическом эксперименте с плохо определённым фоном разработанный подход LRM также применим.

В **заключении** сформулированы результаты диссертации и подведены итоги исследования.

Список литературы

- [1] Bennett C. L., Larson D., Weiland J. L. et al. Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results // *Astrophys. J. Suppl.* . 2013. Vol. 208, no. 2. P. 20.
- [2] Ade P. A. R., Aghanim N., Armitage-Caplan C. et al. Planck 2013 results. XV. CMB power spectra and likelihood // *Astron. and Astrophys.* . 2014. Vol. 571. P. A15.
- [3] Planck Collaboration, Akrami Y., Ashdown M. et al. Planck 2018 results. IV. Diffuse component separation // *Astron. and Astrophys.* . 2020. Vol. 641. P. A4.
- [4] Mather J. C., Cheng E. S., Eplee R. E. J. et al. A Preliminary Measurement of the Cosmic Microwave Background Spectrum by the Cosmic Background Explorer (COBE) Satellite // *Astrophys. J. Lett.* . 1990. Vol. 354. P. L37.
- [5] Fixsen D. J. The Temperature of the Cosmic Microwave Background // *Astrophys. J.* 2009. Vol. 707, no. 2. P. 916–920.
- [6] Chluba J., Abitbol M. H., Aghanim N. et al. New horizons in cosmology with spectral distortions of the cosmic microwave background // *Exp. Astron.* 2021. Vol. 51, no. 3. P. 1515–1554.
- [7] Silk J. Unveiling the early universe with the spectral distortions of the CMB // *APS April Meeting Abstracts*. Vol. 2021 of APS Meeting Abstracts. 2021. P. B21.003.
- [8] Chluba J., Sunyaev R. A. The evolution of CMB spectral distortions in the early Universe // *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* . 2012. Vol. 419, no. 2. P. 1294–1314.
- [9] Silk J., Chluba J. Next Steps for Cosmology // *Science*. 2014. Vol. 344, no. 6184. P. 586–588.
- [10] De Zotti G., Negrello M., Castex G. et al. Another look at distortions of the Cosmic Microwave Background spectrum // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*. 2016. no. 3. P. 047.
- [11] Chluba J. Which spectral distortions does Λ CDM actually predict? // *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* . 2016. Vol. 460, no. 1. P. 227–239.
- [12] Tashiro H. CMB spectral distortions and energy release in the early universe // *Prog. Theor. Exp. Phys.* 2014. Vol. 2014, no. 6. P. 06B107.
- [13] Cabass G., Melchiorri A., Pajer E. μ distortions or running: A guaranteed

- discovery from CMB spectrometry // Phys. Rev.D. 2016. Vol. 93, no. 8. P. 083515.
- [14] Zeldovich Y. B., Sunyaev R. A. The Interaction of Matter and Radiation in a Hot-Model Universe // Astrophys. and Space Sci. . 1969. Vol. 4. P. 301–316.
 - [15] Burigana C., Danese L., de Zotti G. Formation and evolution of early distortions of the microwave background spectrum - A numerical study // Astron. and Astrophys. . 1991. Vol. 246, no. 1. P. 49–58.
 - [16] Chluba J., Kogut A., Patil S. P. et al. Spectral Distortions of the CMB as a Probe of Inflation, Recombination, Structure Formation and Particle Physics // Bull. Amer. Astron. Soc. . 2019. Vol. 51, no. 3. P. 184.
 - [17] Nakama T., Carr B., Silk J. Limits on primordial black holes from μ distortions in cosmic microwave background // Phys. Rev.D. 2018. Vol. 97, no. 4. P. 043525.
 - [18] Yang J., Wang X., Ma X.-H. et al. A Compaction Function Analysis of CMB μ distortion Constraints on Primordial Black Holes // arXiv e-prints. 2024. P. arXiv:2408.16579.
 - [19] Kompaneets A. S. // Sov. J. Exp. Theor. Phys. 1957. Vol. 4. P. 730.
 - [20] Sunyaev R. A., Zeldovich Y. B. Small scale entropy and adiabatic density perturbations — Antimatter in the Universe // Astrophys. and Space Sci. . 1970. Vol. 9, no. 3. P. 368–382.
 - [21] Hu W., Silk J. Thermalization constraints and spectral distortions for massive unstable relic particles // Phys. Rev. Lett.. 1993. Vol. 70, no. 18. P. 2661–2664.
 - [22] Khatri R., Sunyaev R. A. Beyond y and μ : the shape of the CMB spectral distortions in the intermediate epoch, $1.5 \times 10^4 \lesssim z \lesssim 2 \times 10^5$ // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. 2012. Vol. 2012, no. 9. P. 016.
 - [23] Chluba J., Erickcek A. L., Ben-Dayan I. Probing the Inflaton: Small-scale Power Spectrum Constraints from Measurements of the Cosmic Microwave Background Energy Spectrum // Astrophys. J. . 2012. Vol. 758, no. 2. P. 76.
 - [24] Fixsen D. J., Cheng E. S., Gales J. M. et al. The Cosmic Microwave Background Spectrum from the Full COBE FIRAS Data Set // Astrophys. J. . 1996. Vol. 473. P. 576.
 - [25] Fixsen D. J., Dwek E., Mather J. C. et al. The Spectrum of the Extragalactic Far-Infrared Background from the COBE FIRAS Observations // Astrophys. J. . 1998. Vol. 508, no. 1. P. 123–128.

- [26] Sunyaev R. A., Zeldovich Y. B. The interaction of matter and radiation in the hot model of the Universe, II // *Astrophys. and Space Sci.* . 1970. Vol. 7. P. 20–30.
- [27] Challinor A., Lasenby A. Relativistic Corrections to the Sunyaev-Zeldovich Effect // *Astrophys. J.* . 1998. Vol. 499. P. 1–6.
- [28] Sazonov S. Y., Sunyaev R. A. Cosmic Microwave Background Radiation in the Direction of a Moving Cluster of Galaxies with Hot Gas: Relativistic Corrections // *Astrophys. J.* . 1998. Vol. 508. P. 1–5.
- [29] Nozawa S., Itoh N., Kohyama Y. Relativistic Corrections to the Sunyaev-Zeldovich Effect for Clusters of Galaxies. II. Inclusion of Peculiar Velocities // *Astrophys. J.* . 1998. Vol. 508. P. 17–24.
- [30] Itoh N., Nozawa S., Kohyama Y. Relativistic Corrections to the Sunyaev-Zeldovich Effect for Clusters of Galaxies. III. Polarization Effect // *Astrophys. J.* . 2000. Vol. 533. P. 588–593.
- [31] Itoh N., Kawana Y., Nozawa S. et al. Relativistic Corrections to the Sunyaev-Zel'dovich Effect for Clusters of Galaxies. V. Multiple Scattering // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 327, 567-576. 2001.
- [32] Nozawa S., Itoh N., Suda Y. et al. An improved formula for the relativistic corrections to the kinematical Sunyaev-Zeldovich effect for clusters of galaxies // *Nuovo Cimento B Serie.* 2006. Vol. 121. P. 487–500.
- [33] Chluba J., Khatri R., Sunyaev R. A. CMB at 2x2 order: the dissipation of primordial acoustic waves and the observable part of the associated energy release // *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* . 2012. Vol. 425, no. 2. P. 1129–1169.
- [34] Chluba J., Dai L., Kamionkowski M. Multiple scattering Sunyaev-Zeldovich signal - I. Lowest order effect // *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* . 2014. Vol. 437, no. 1. P. 67–76.
- [35] Chluba J., Dai L. Multiple scattering Sunyaev-Zeldovich signal - II. Relativistic effects // *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* . 2014. Vol. 438, no. 2. P. 1324–1334.
- [36] Itoh N., Kohyama Y., Nozawa S. Relativistic Corrections to the Sunyaev-Zeldovich Effect for Clusters of Galaxies // *Astrophys. J.* . 1998. Vol. 502. P. 7–15.
- [37] Stebbins A. Extensions to the Kompaneets equation and Sunyaev-Zeldovich distortion // Submitted to: *Astrophys. J. Lett.* 1997.

- [38] Shimon M., Rephaeli Y. Cmb comptonization by energetic nonthermal electrons in clusters of galaxies // *Astrophys. J.* 2002. Vol. 575. P. 12.
- [39] Hu W., Scott D., Silk J. Reionization and cosmic microwave background distortions: A complete treatment of second-order Compton scattering // *Phys. Rev.D.* 1994. Vol. 49, no. 2. P. 648–670.
- [40] Edigaryev I. G., Novikov D. I., Pilipenko S. V. Anisotropic thermal Sunyaev-Zel'dovich effect and the possibility of an independent measurement of the CMB dipole, quadrupole, and octupole // *Phys. Rev.D.* 2018. Vol. 98, no. 12. P. 123513.
- [41] Efstathiou G. The statistical significance of the low cosmic microwave background multipoles // *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* . 2003. Vol. 346. P. L26–L30.
- [42] Tegmark M., de Oliveira-Costa A., Hamilton A. J. High resolution foreground cleaned CMB map from WMAP // *Phys. Rev.D.* 2003. Vol. 68, no. 12. P. 123523.
- [43] Schwarz D. J., Starkman G. D., Huterer D. et al. Is the Low- ℓ Microwave Background Cosmic? // *Phys. Rev. Lett.* 2004. Vol. 93, no. 22. P. 221301.
- [44] Creswell J., Naselsky P. Asymmetry of the CMB map: local and global anomalies // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics.* 2021. Vol. 2021, no. 3. P. 103.
- [45] Copi C. J., Huterer D., Starkman G. D. Multipole vectors: A new representation of the CMB sky and evidence for statistical anisotropy or non-Gaussianity at $2 \leq l \leq 8$ // *Phys. Rev.D.* 2004. Vol. 70, no. 4. P. 043515.
- [46] Copi C. J., Huterer D., Schwarz D. J. et al. On the large-angle anomalies of the microwave sky // *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* . 2006. Vol. 367. P. 79–102.
- [47] Naselsky P. D., Verkhodanov O. V. Peculiarities of Phases of the Wmap Quadrupole // *Int. J. of Mod. Phys. D.* 2008. Vol. 17. P. 179–194.
- [48] Yasini S., Pierpaoli E. Beyond the Boost: Measuring the Intrinsic Dipole of the Cosmic Microwave Background Using the Spectral Distortions of the Monopole and Quadrupole // *Physical Review Letters.* 2017. Vol. 119, no. 22. P. 221102.
- [49] Ferreira P. d. S., Quartin M. First Constraints on the Intrinsic CMB Dipole and Our Velocity with Doppler and Aberration // *Phys. Rev. Lett.*. 2021. Vol. 127, no. 10. P. 101301.

- [50] Sachs R. K., Wolfe A. M. Perturbations of a Cosmological Model and Angular Variations of the Microwave Background // *Astrophys. J.* . 1967. Vol. 147. P. 73.
- [51] Rees M. J., Sciama D. W. Large-scale Density Inhomogeneities in the Universe // *Nature* . 1968. Vol. 217. P. 511–516.
- [52] Abitbol M. H., Chluba J., Hill J. C. et al. Prospects for measuring cosmic microwave background spectral distortions in the presence of foregrounds // *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* . 2017. Vol. 471, no. 1. P. 1126–1140.
- [53] Planck Collaboration, Aghanim N., Akrami Y. et al. Planck 2018 results. I. Overview and the cosmological legacy of Planck // *Astron. and Astrophys.* . 2020. Vol. 641. P. A1.
- [54] Draine B. T., Lee H. M. Optical Properties of Interstellar Graphite and Silicate Grains // *Astrophys. J.* . 1984. Vol. 285. P. 89.
- [55] Désert F.-X. The interstellar dust emission spectrum. Going beyond the single-temperature grey body // *Astron. and Astrophys.* . 2022. Vol. 659. P. A70.
- [56] Carretti E., Haverkorn M., Staveley-Smith L. et al. S-band Polarization All-Sky Survey (S-PASS): survey description and maps // *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* . 2019. Vol. 489, no. 2. P. 2330–2354.
- [57] de la Hoz E., Barreiro R. B., Vielva P. et al. QUIJOTE scientific results - VIII. Diffuse polarized foregrounds from component separation with QUIJOTE-MFI // *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* . 2023. Vol. 519, no. 3. P. 3504–3525.
- [58] Fuskeland U., Wehus I. K., Eriksen H. K. et al. Spatial Variations in the Spectral Index of Polarized Synchrotron Emission in the 9 yr WMAP Sky Maps // *Astrophys. J.* . 2014. Vol. 790, no. 2. P. 104.
- [59] Planck Collaboration, Adam R., Ade P. A. R. et al. Planck 2015 results. X. Diffuse component separation: Foreground maps // *Astron. and Astrophys.* . 2016. Vol. 594. P. A10.
- [60] Planck Collaboration, Abergel A., Ade P. A. R. et al. Planck 2013 results. XI. All-sky model of thermal dust emission // *Astron. and Astrophys.* . 2014. Vol. 571. P. A11.
- [61] Rybicki G. B., Press W. H. Interpolation, Realization, and Reconstruction of Noisy, Irregularly Sampled Data // *Astrophys. J.* . 1992. Vol. 398. P. 169.
- [62] Bennett C. L., Hill R. S., Hinshaw G. et al. First-Year Wilkinson Microwave

- Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Foreground Emission // *Astrophys. J. Suppl.* . 2003. Vol. 148, no. 1. P. 97–117.
- [63] Eriksen H. K., Banday A. J., Górski K. M. et al. On Foreground Removal from the Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Data by an Internal Linear Combination Method: Limitations and Implications // *Astrophys. J.* . 2004. Vol. 612, no. 2. P. 633–646.
 - [64] Remazeilles M., Delabrouille J., Cardoso J.-F. Foreground component separation with generalized Internal Linear Combination // *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* . 2011. Vol. 418, no. 1. P. 467–476.
 - [65] Remazeilles M., Chluba J. Mapping the relativistic electron gas temperature across the sky // *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* . 2020. Vol. 494, no. 4. P. 5734–5750.
 - [66] Hill J. C., Pajer E. Cosmology from the thermal Sunyaev-Zel’dovich power spectrum: Primordial non-Gaussianity and massive neutrinos // *Phys. Rev. D.* 2013. Vol. 88, no. 6. P. 063526.
 - [67] Abylkairov Y. S., Darwish O., Hill J. C. et al. Partially constrained internal linear combination: A method for low-noise CMB foreground mitigation // *Physical Review D.* 2021. Vol. 103, no. 10.
 - [68] Stolyarov V., Hobson M. P., Lasenby A. N. et al. All-sky component separation in the presence of anisotropic noise and dust temperature variations // *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* . 2005. Vol. 357, no. 1. P. 145–155.
 - [69] Chluba J., Hill J. C., Abitbol M. H. Rethinking CMB foregrounds: systematic extension of foreground parametrizations // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* 2017. Vol. 472, no. 1. P. 1195–1213.
 - [70] Rotti A., Chluba J. Combining ILC and moment expansion techniques for extracting average-sky signals and CMB anisotropies // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* 2020. Vol. 500, no. 1. P. 976–985.
 - [71] Wild W., Kardashev N. S., Likhachev S. F. et al. Millimetron – a large Russian-European submillimeter space observatory // *Experimental Astronomy.* 2009. Vol. 23. P. 221–244.
 - [72] Kardashev N. S., Novikov I. D., Lukash V. N. et al. Review of scientific topics for the Millimetron space observatory // *Physics Uspekhi.* 2014. Vol. 57. P. 1199–1228.
 - [73] Smirnov A. V., Baryshev A. M., Pilipenko S. V. et al. Space mission Millimetron for terahertz astronomy // *Space Telescopes and Instrumentation*

- 2012: Optical, Infrared, and Millimeter Wave. Vol. 8442 of Proc. SPIE. 2012. P. 84424C.
- [74] Novikov I. D., Likhachev S. F., Shchekinov Y. A. et al. Objectives of the Millimetron Space Observatory science program and technical capabilities of its realization // Physics Uspekhi. 2021. Vol. 64, no. 4. P. 386–419.
 - [75] Hill J. C., Battaglia N., Chluba J. et al. Taking the Universe’s Temperature with Spectral Distortions of the Cosmic Microwave Background // Phys. Rev. Lett.. 2015. Vol. 115, no. 26. P. 261301.
 - [76] Kogut A., Chluba J., Fixsen D. J. et al. The Primordial Inflation Explorer (PIXIE) // Space Telescopes and Instrumentation 2016: Optical, Infrared, and Millimeter Wave / Ed. by H. A. MacEwen, G. G. Fazio, M. Lystrup et al. Vol. 9904 of Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series. 2016. P. 99040W.
 - [77] Stark R. F. The radiative polarization transfer equations in hot Comptonizing electron scattering atmospheres including induced scattering. // Monthly Notices Royal Astron. Soc. . 1981. Vol. 195. P. 115–126.
 - [78] Babuel-Peyrissac J. P., Rouvillois G. Diffusion compton dans un gaz d’électrons Maxwelliens. // Journal de Physique. 1969. Vol. 30. P. 301–406.